

✓ Esercizi svolti sulle annualità a interesse convertibile

1) E' stata acquistata una trattrice il cui valore a nuovo è di € 63.000. Sapendo che la durata economica è di 13 anni e il valore di recupero di € 8.500, calcolare la quota semestrale di reintegrazione posticipata. ( $i = 3\%$ )

$$Q/_{re} = ? \quad n = 13 \text{ ANNI} \quad K = 2 \text{ (RATA SEM.)}$$
$$A_n = 63.000 - 8.500 = 54.500 \text{ €} \quad i = 3\% \text{ ANNUO}$$
$$Q/_{SEMESTRALE POSTICIPATA} = A_n \cdot \frac{\frac{i}{k}}{\left(1 + \frac{i}{k}\right)^{n \times k} - 1}$$
$$Q/_{re} = 54.500 \cdot \frac{\frac{0,03}{2}}{\left(1 + \frac{0,03}{2}\right)^{13 \times 2} - 1} = 54.500 \cdot \frac{0,015}{1,015^{26} - 1} = 1.729,39 \text{ €}$$

2) E' stato contratto un debito di € 72.000 da estinguere in 12 anni al saggio del 3,6 % con rate mensili posticipate.

Calcolare il debito residuo quando :

- è stata appena pagata la 56<sup>a</sup> rata;
- sta per scadere la 70<sup>a</sup> rata.

$n = 12$     $k = 12$  (MENSILITÀ)    $A_0 = 72.000 \text{ €}$     $i = 3,6\%$

RATA MENSILE POSTE =  $A_0 \cdot \frac{\frac{i}{k} \cdot (1 + \frac{i}{k})^{n \cdot k}}{(1 + \frac{i}{k})^{n \cdot k} - 1} = 72.000 \cdot \frac{\frac{0,036}{12} \cdot (1 + \frac{0,036}{12})^{12 \cdot 12}}{(1 + \frac{0,036}{12})^{12 \cdot 12} - 1}$

RATA MENSILE POSTE =  $72.000 \cdot \frac{0,003 \cdot 1,003^{144}}{1,003^{144} - 1} = 616,49 \text{ €}$

$DR_1 = 616,49 \cdot \frac{1,003^{88} - 1}{0,003 \cdot 1,003^{88}} = 47.618,28 \text{ €}$

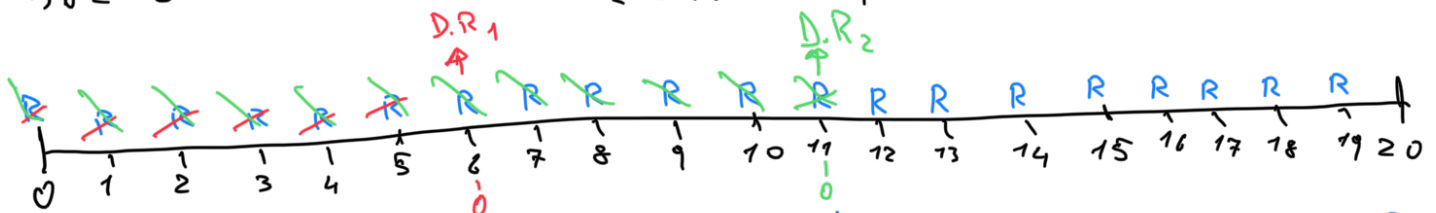
$DR_2 = 616,49 \cdot 1,003 \cdot \frac{1,003^{75} - 1}{0,003 \cdot 1,003^{75}} = 41.473,01 \text{ €}$

3) E' stato contratto un mutuo di € 18.000 da estinguere in 5 anni con quote trimestrali anticipare al saggio del 2% annuo.

Calcolare il debito residuo :

- nel momento in cui sta per scadere la 7<sup>a</sup> rata;
- quando è stata appena pagata la 12<sup>a</sup> rata.

$$A_0 = 18.000 \text{ €} \quad n = 5 \text{ ANNI} \quad i = 2\% \quad k = 4$$



$$\text{RATA TRIM. ANT.} = \frac{A_0}{\left(1 + \frac{i}{k}\right)} \cdot \frac{\frac{i}{k} \cdot \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{n \times k}}{\left(1 + \frac{i}{k}\right)^{n \times k} - 1} = \frac{18.000}{\left(1 + \frac{0,02}{4}\right)} \cdot \frac{\frac{0,02}{4} \cdot \left(1 + \frac{0,02}{4}\right)^{5 \times 4}}{\left(1 + \frac{0,02}{4}\right)^{5 \times 4} - 1}$$

$$\text{RATA TRIM. ANT.} = \frac{18.000}{1,005} \cdot \frac{0,005 \cdot 1,005^{20}}{1,005^{20} - 1} = 943,28 \text{ €}$$

$$DR_1 = 943,28 \cdot 1,005 \cdot \frac{1,005^{14} - 1}{0,005 \cdot 1,005^{14}} = 12.787,25 \text{ €}$$

$$DR_2 = 943,28 \cdot \frac{1,005^8 - 1}{0,005 \cdot 1,005^8} = 7.379,24 \text{ €}$$

4) Un'azienda agraria è affittata ad un canone annuo di € 11.000 da pagarsi in rate mensili anticipate. Le Spese di parte padronale ammontano a € 350 a fine marzo,

€ 370 a metà di maggio, € 580 il 6 agosto, € 330 mediamente anticipati e 30 € all'inizio di ogni trimestre.

Si determini il valore dell'azienda sapendo che il saggio di interesse è del 4,2 % mentre quello di capitalizzazione è del 2,6%.

$$V_0 = \frac{B_f}{i(\text{CAP})} \quad \left( \text{VALORE ORDINARIO DELL'AZIENDA} \right)$$

$$B_f = \text{ENTRATE} - \text{USCITE}$$

$$RPL = R \cdot \left( N + i \cdot \frac{N+1}{2} \right)$$

CANONE ANNUO

RATA MENSILE = 12

RATA =  $\frac{11.000}{12} = 916,67 \text{€}$

$$RPL = 916,67 \cdot \left( 12 + 0,042 \cdot \frac{12+1}{2} \right) = 11.250,29 \text{€}$$

$$SPP = 350 \cdot \left( 1 + 0,042 \cdot \frac{270}{360} \right) + 370 \cdot \left( 1 + 0,042 \cdot \frac{225}{360} \right) +$$

$$+ 580 \cdot \left( 1 + 0,042 \cdot \frac{144}{360} \right) + 330 \cdot \left( 1 + 0,042 \cdot \frac{180}{360} \right) +$$

$$+ 30 \cdot \left( 1 + 0,042 \cdot \frac{4+1}{2} \right) =$$

$$SPP = 361,02 + 379,71 + 589,74 + 336,93 + 123,15 =$$

$$B_f = 11.250,29 - 1.790,55 = 9.459,74 \quad 1.790,55 \text{€}$$

$$V_0 = \frac{B_f}{i(\text{CAP})} = \frac{9.459,74}{0,026} = 363.836,15 \text{€}$$

- 5) Calcolare il costo iniziale di un miglioramento fondiario per il quale si spenderanno € 3.800 bimestralmente anticipate nei prossimi 6 anni ( $i = 12\%$ ).

$$A_0 = ? \quad n = 6 \quad k = 6 \quad i = 12\% \text{ (ANNUO)}$$

$$A_0 = 3.800 \cdot \left(1 + \frac{0,12}{6}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,12}{6}\right)^{6 \times 6} - 1}{\frac{0,12}{6} \cdot \left(1 + \frac{0,12}{6}\right)^{6 \times 6}} =$$

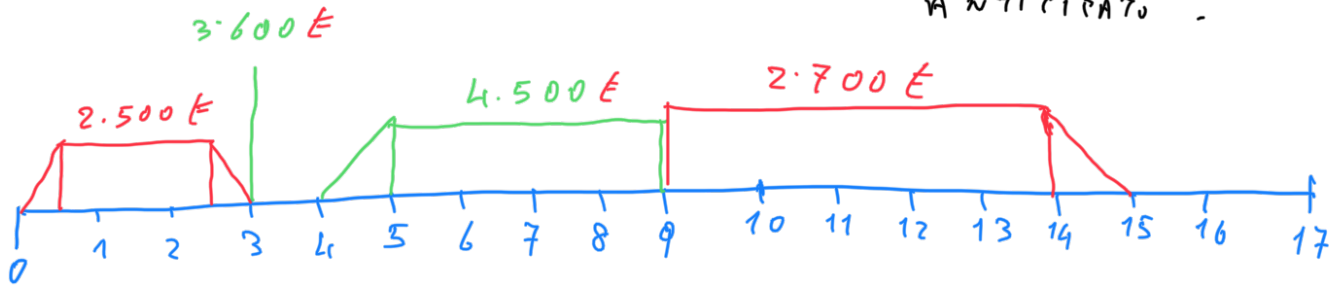
$$= 3.800 \cdot 1,02 \cdot \frac{1,02^{36} - 1}{0,02 \cdot 1,02^{36}} = 98.794,75 \text{ €}$$

6) Tizio deposita su un libretto di risparmio le seguenti somme al saggio del 3,3 % :

- dal 1° al 3° anno € 2.500 annue mediamente anticipate;
- all'inizio del 4° anno € 3.600
- dal 5° al 9° anno € 4.500 annue posticipate.
- Dal 10° al 15° anno € 2.700 annue anticipate.

Calcolare la somma alla fine del 17° anno, l'interesse complessivo maturato e il reddito medio trimestrale anticipato.

$A_n = ?$   $I = ?$  REDDITO MEDIO TRIMESTRALE ANTICIPATO = ?  $i = 3,3\%$



$$\begin{aligned}
 A_n &= 2.500 \cdot \left(1 + 0,033 \cdot \frac{180}{360}\right) \cdot \frac{1,033^3 - 1}{0,033} \cdot 1,033^{14} + 3.600 \cdot 1,033^{14} + \\
 &+ 4.500 \cdot \frac{1,033^5 - 1}{0,033} \cdot 1,033^8 + 2.700 \cdot 1,033 \cdot \frac{1,033^6 - 1}{0,033} \cdot 1,033^2 = \\
 &= 12.411,55 + 5.671,62 + 31.163,30 + 19.396,98 = \\
 &= \mathbf{68.643,45 \text{ €}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{\text{COMPRESSIVO}} &= 68.643,45 - (2.500 \times 3 + 3.600 + 4.500 \times 5 + \\
 &+ 2.700 \times 6) = \mathbf{18.843,45 \text{ €}}
 \end{aligned}$$

REDDITO MEDIO TRIMESTRALE ANTICIPATO

$$= \frac{A_n}{1 + \frac{i}{k}} \cdot \frac{\frac{i}{k}}{\left(1 + \frac{i}{k}\right)^{n \times k} - 1} =$$

$$= \frac{68.643,45}{1 + \frac{0,033}{4}} \cdot \frac{\frac{0,033}{4}}{\left(1 + \frac{0,033}{4}\right)^{17 \times 4} - 1} =$$

$$= \frac{68.643,45}{1,00825} \cdot \frac{0,00825}{1,00825^{68} - 1} = \mathbf{750,51 \text{ €}}$$

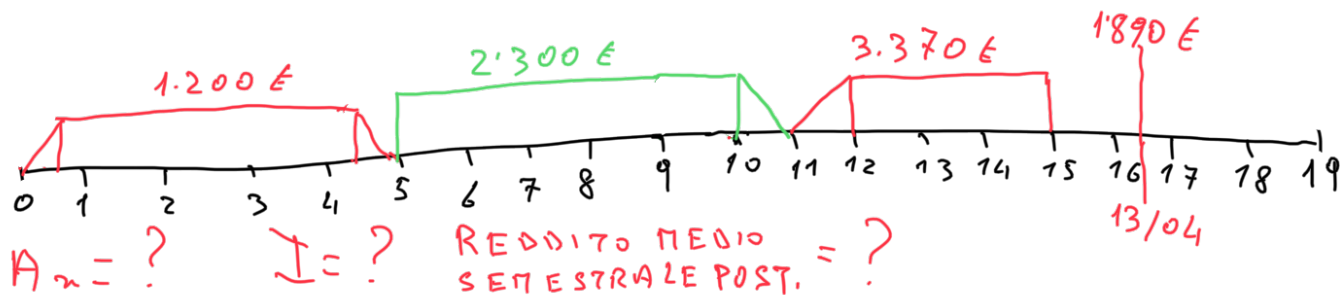
7) Siano dati i seguenti valori :

- dal 1° al 5° anno € 1.200 annue mediamente anticipate di 3 mesi;
- dal 6° all'11° anno € 2.300 annue anticipate;

- dal 12° al 15° anno € 3.370 annue posticipate;

- il 13 aprile del 17° anno € 1.890

Al saggio del 5% calcolare la somma alla fine del 19° anno, l'interesse complessivo e il reddito medio semestrale posticipato.



$$A_n = 1.200 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{90}{360}\right) \cdot \frac{1,05^5 - 1}{0,05} \cdot 1,05^{14} + 2.300 \cdot 1,05 \cdot \frac{1,05^6 - 1}{0,05} \cdot 1,05^8 + 3.370 \cdot \frac{1,05^4 - 1}{0,05} \cdot 1,05^4 + 1.890 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{257}{360}\right) \cdot 1,05^2 =$$

$$A_n = 13.292,55 + 24.269,60 + 17.655,38 + 2.158,10 = 57.375,63 \text{ €}$$

$$I = 57.375,63 - (1.200 \times 5 + 2.300 \times 6 + 3.370 \times 4 + 1.890) = 22.205,63 \text{ €}$$

$$\text{REDDITO MEDIO SEMESTRALE POSTICIPATO} = A_n \cdot \frac{\frac{i}{k}}{\left(1 + \frac{i}{k}\right)^{n \times k} - 1} = 57.375,63 \cdot \frac{\frac{0,05}{2}}{\left(1 + \frac{0,05}{2}\right)^{19 \times 2} - 1} =$$

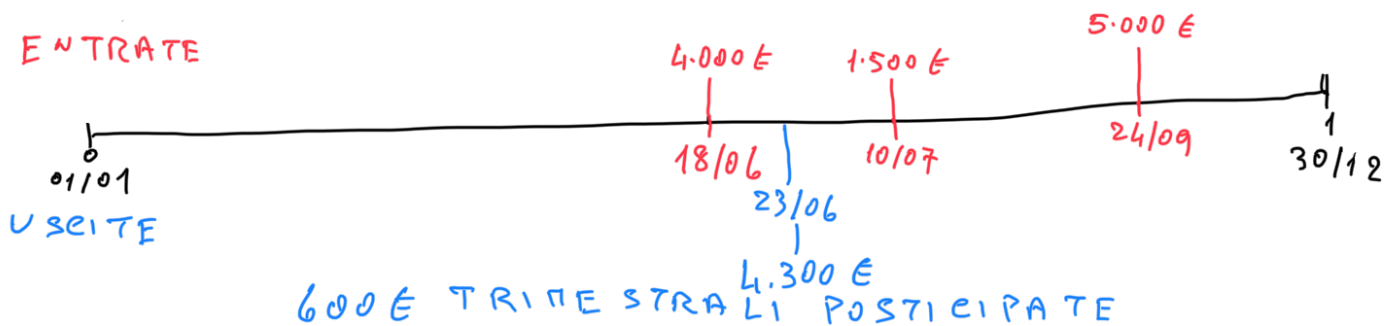
$$= 57.375,63 \cdot \frac{0,025}{1,025^{38} - 1} = 922,03 \text{ €}$$

8) Un fondo rustico condotto in economia diretta fornisce annualmente le seguenti produzioni :

€ 4.000 il 18 giugno, € 1.500 il 10 luglio e € 5.000 il 24 settembre.

Le spese di coltivazione e generali ammontano a : € 600 trimestrali

posticipate e 4.300 il 23 giugno. Calcolare il valore attuale del fondo sapendo che il saggio di interesse è del 7% mentre quello di capitalizzazione è del 3,2%.



$$V_0 = \frac{B_f}{i(\text{CAP})}$$

$$B_f = \text{ENTRATE} - \text{USCITE}$$

$$\text{ENTRATE} = 4.000 \cdot \left(1 + 0,07 \cdot \frac{192}{360}\right) + 1.500 \cdot \left(1 + 0,07 \cdot \frac{170}{360}\right) + 5.000 \cdot \left(1 + 0,07 \cdot \frac{96}{360}\right)$$

$$= 4.149,33 + 1.549,58 + 5.093,33 = 10.792,24 \text{ €}$$

$$\text{USCITE} = 4.300 \cdot \left(1 + 0,07 \cdot \frac{187}{360}\right) + 600 \cdot \left(4 + 0,07 \cdot \frac{4-1}{2}\right) =$$

$$= 4.456,35 + 2.463 = 6.919,35 \text{ €}$$

$$B_f = 10.792,24 - 6.919,35 = 3.872,89 \text{ €}$$

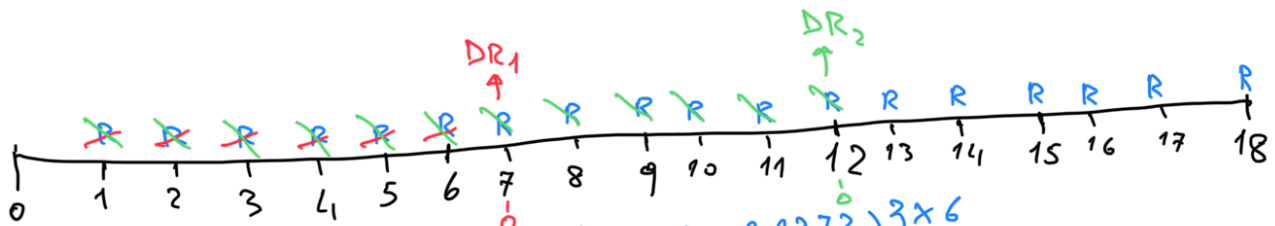
$$V_0 = \frac{B_f}{i} = \frac{3.872,89}{0,032} = 121.027,81 \text{ €}$$

9) E' stato contratto un mutuo di € 36.000 da estinguere in 3 anni con quote bimestrali posticipate al saggio del 3,72 % annuo. Calcolare il debito residuo :

- nel momento in cui sta per scadere la 7<sup>a</sup> rata;
- quando è stata appena pagata la 12<sup>a</sup> rata.



MUTUO (A<sub>0</sub>) = 36.000 € n = 3 ANNI K = 6 i = 3,72% ANNUO



$$\text{RATA BINESTRALE POSTICIPATA} = 36.000 \cdot \frac{\frac{0,0372}{6} \cdot \left(1 + \frac{0,0372}{6}\right)^{3 \times 6}}{\left(1 + \frac{0,0372}{6}\right)^{3 \times 6} - 1}$$

$$= 36.000 \cdot \frac{0,0062 \cdot 1,0062^{18}}{1,0062^{18} - 1} = 2.119,86 \text{ €}$$

$$DR_1 = 2.119,86 \cdot 1,0062 \cdot \frac{1,0062^{12} - 1}{0,0062 \cdot 1,0062^{12}} = 24.593,68 \text{ €}$$

$$DR_2 = 2.119,86 \cdot \frac{1,0062^6 - 1}{0,0062 \cdot 1,0062^6} = 12.447,65 \text{ €}$$

10) Un appartamento è affittato ad un canone quadrimestrale anticipato di € 1.300, le spese padronali ammontano al 27% del Rpl. Tale contratto è da considerarsi ordinario e continuativo; si determini il valore dell'appartamento sapendo che al momento della stima è stata appena pagata la 10<sup>a</sup> rata di un mutuo di € 41.000 da estinguersi in 9 anni con rate semestrali anticipate al saggio del 6%. (saggio d'interesse 5%; saggio di capitalizzazione 2,6%).

$$V_2 = V_0 - D.R.$$

$$V_0 = \frac{Bf}{i(\text{CAP.})}$$

$$Bf = RPL - SPP$$

$$RPL \approx 1.300 \cdot \left(3 + 0,05 \cdot \frac{3+1}{2}\right) = 4.030 \text{ €}$$

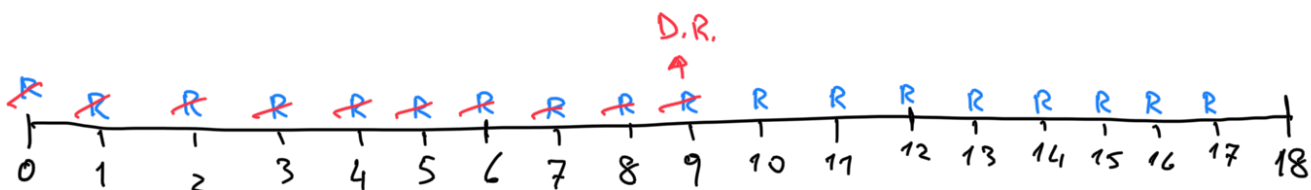
$$SPP \approx RPL \times 27\% = 4.030 \cdot 0,27 = 1.088,10 \text{ €}$$

$$Bf = 4.030 - 1.088,10 = 2.941,90 \text{ €}$$

$$V_0 = \frac{Bf}{i} = \frac{2.941,90}{0,026} = 113.150,00 \text{ €}$$

### CALCOLO DEL DEBITO RESIDUO (DR)

$A_0 = 41.000 \text{ €}$   $n = 9 \text{ ANNI}$   $k = 2$   $i = 6\%$   $DR = ?$  È STATA APPENA PAGATA LA 10ª RATA



$$\begin{aligned} \text{RATA} \\ \text{SEMESTR.} \\ \text{ANTICIPATA} &= \frac{41.000}{1 + \frac{0,06}{2}} \cdot \frac{\frac{0,06}{2} \cdot \left(1 + \frac{0,06}{2}\right)^{9 \times 2}}{\left(1 + \frac{0,06}{2}\right)^{9 \times 2} - 1} = \end{aligned}$$

$$= \frac{41.000}{1,03} \cdot \frac{0,03 \cdot 1,03^{18}}{1,03^{18} - 1} = 2.894,23 \text{ €}$$

$$DR = 2.894,23 \cdot \frac{1,03^8 - 1}{0,03 \cdot 1,03^8} = 20.316,60 \text{ €}$$

$$V_2 = V_0 - D.R. = 113.150 - 20.316,60 = 92.833,40 \text{ €}$$

1